0254-6124/2015/35(1)-126–07 *Chin. J. Space Sci.* 空间科学学报

Yang Zhen, Gao Chen, Niu Wenlong, Meng Xin, Li Dalin. A Fast calculation method for coverage analysis of space telescope based on coordinates transformation and QTM code (in Chinese). *Chin. J. Space Sci.*, 2015, **35**(1): 126-132, doi:10.11728/cjss2015.01.126

基于坐标系转换与 QTM 编码的天球面探测覆盖栅格化分析方法研究*

杨 震[1,2] 高 辰[1,2] 牛文龙[1,2] 孟 新[1] 李大林[1]

[1](中国科学院空间科学与应用研究中心 中国科学院复杂航天系统电子信息技术重点实验室 北京 100190)

[2](中国科学院大学 北京 100049)

摘 要 提出一种基于坐标系转换与 QTM 编码的天球面探测覆盖栅格化分析方法, 并对其计算精度和效率进行了实验分析, 相比传统算法和经纬网格编码方法, 该方法具有明显的效率和精度优势, 能够满足以天球面为探测目标的空间科学卫星有效载荷探测覆盖分析和任务规划的需要.

关键词 天球面, 覆盖分析, 坐标系转换, QTM, 编码

中图分类号 V 44

A Fast Calculation Method for Coverage Analysis of Space Telescope Based on Coordinates Transformation and QTM Code

YANG Zhen[1,2] GAO Chen[1,2] NIU Wenlong[1,2] MENG Xin[1] LI Dalin[1]

1(*Key Laboratory of Electronics and Information Technology for Space Systems, Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

2(*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049)

Abstract In sky coverage analysis, we present an efficient algorithm based on a coordinate transformation method to calculate the points on the boundary of detection field. In this method, the complexity of coordinates transformation is reduced by building a new Celestial Coordinates. Based on this algorithm, QTM, a coding method that has many advantages can be used to manage the data calculated. The main contents of this topic include: to build the quantitative calculation model for sky coverage; to establish the rasterized expression method of sky coverage analysis results; and to verify the method, analyse the accuracy of the method, compare the efficiency with the attitude-matrix transformation method and analytical method.

---

* 中国科学院空间科学先导专项项目资助

2014-01-04 收到原稿, 2014-05-28 收到修定稿

E-mail: yangzhen@nssc.ac.cn

Key words　Celestial surface, Cavalcade approach method, Coordination translation, QTM, Address code

0　引言

中国科学院空间科学先导专项计划在 “十二五” 期间发射 5 颗空间科学卫星, 其中, 硬 X 射线调制望远镜卫星和暗物质粒子探测卫星的探测对象是硬 X 射线、高能电子和伽马射线等宇宙辐射, 将采用巡天观测、定点观测等不同观测模式对空间进行观测. 在对这两颗卫星进行地面运行控制的过程中, 需要频繁计算一定时间段内其探测载荷在不同位置、姿态和工作模式下的探测视场对探测目标或探测区域的覆盖情况, 作为任务规划的输入条件和依据, 这是通过任务规划方法寻求最优控制方案的前提条件 [1].

天文观测等对天观测的观测对象和探测覆盖范围一般采用天球坐标系来描述, 天球坐标系是天文学中常用的坐标系 [2]. 在天文学中, 天球是一个假想的球, 理论半径无限大, 球心即地心. 天空中所有物体均被投影到天球的球面上, 基于地心赤道惯性坐标系 [3] 的天球与地球相对应, 也具有天赤道和天极. 其中天赤道即地赤道在天球上的投影, 天极即地球极点在天球上的投影. 天球面投影如图 1 所示. 星空界面中 RA (Right Ascension) 为赤经, 表示天体投影点到春分点的角度距离, 用时、分、秒来表示; 偏差 (Declination) 为赤纬, 表示天体投影点到天赤道的角度距离, 单位用度、分、秒来表示 [4].

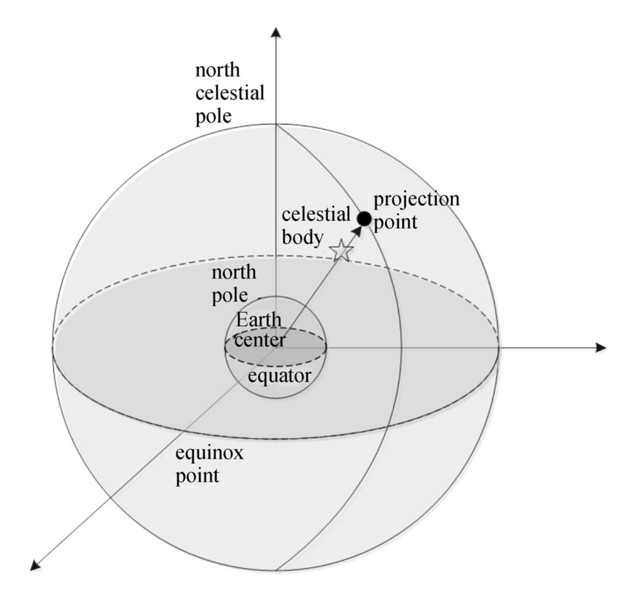


图 1　天球面投影示意

Fig. 1　Celestial projection

在近地卫星的天球面探测覆盖分析中, 对于星体而言, 卫星位置的变化可以忽略不计, 其探测视场在天球面上投影的形状和大小保持不变, 因而只需求解出观测矢量在天球面上投影点的赤经和赤纬即可求解天球面瞬时覆盖范围.

但是, 当前中国在天球面覆盖分析方面的关注和研究较少, 现有成熟的对地探测覆盖计算模型在应用于天球面覆盖分析时存在一些局限性, 在效率及计算精度等方面难以满足天球面探测覆盖快速计算的要求, 需要开展专门的覆盖分析方法研究. 设计实现天球面探测覆盖分析方法, 需重点解决的技术问题主要包括以下两个方面.

(1) 计算效率

在卫星运行控制过程中, 一次任务规划涉及的时间周期非常长 (一个月甚至一年), 在如此大的时间跨度内, 需按照一定时间步长根据地球公转、卫星轨道位置、姿态参数和工作模式等进行频繁计算, 运算量巨大. 如何在确保计算精度的前提下通过算法改进提高计算效率和速度, 是工程实现中需要重点解决的问题.

(2) 覆盖计算结果的栅格化表达

由于有效载荷探测视场一般采用解析式的几何形状来描述, 而任务规划算法需要以栅格化的覆盖计算结果作为输入, 为实现对天球面剖分编码效率、数据处理精度及计算速度等各个指标的兼顾, 应考虑选用合适的球面网格化方法来管理探测目标和探测区域, 并实现计算结果的快速转换.

1　基于坐标系转换的天球面探测覆盖快速算法

1.1　空间载荷探测视场的数学描述

对空间进行观测的卫星有效载荷探测视场, 按其空间属性可以划分为以下两类 [5].

(1) 矩形锥视场

其视场形状可使用两个方向的张角 α, β 来描述, 矩形锥探测视场的 4 条边在天球面上的投影是 4 个顶点 A, B, C, D 之间的球面大圆弧, 有效载荷矩形锥视场在天球面上的探测覆盖范围是由这 4 条球面大圆弧所围成的区域, 其中 AB, CD 球面大圆劣弧长为 β, 而 AD, BC 球面大圆劣弧长为 α, 如图 2 所示.

(2) 圆锥视场

其视场形状可使用圆锥的轴及半张角 λ 来描述, 圆锥探测视场的轴与天球面的交点为 P, 圆锥探测视场的各条母线与天球面的交点形成一个以 P 为中心的球面小圆, 有效载荷矩形锥视场在天球面上的探测覆盖范围是由以天球面 P 点为圆心、半径为 λ 的球面小圆所围成的区域, 如图 3 所示.

1.2　快速求解算法

由空间载荷探测视场的数学描述分析可知, 其覆盖求解可简化为球面大圆弧段的求解问题和已知圆心与球面半径的球面小圆求解问题. 关于球面大圆的求解问题, 在航空、航海等领域已有一些成熟算法.

洪德本提出了一种用解析法设计大圆航线的计算方法, 并将其用于计算机解算 [6], 通过解算大圆航线, 求出大圆航路上各点坐标、航向及航程. 该算法利用球面三角余弦定理计算得到大圆航程, 然后将大圆航程按一定间隔划分为若干段, 各段的距离即为各航路点之间的航程, 由球面三角正弦定理可得各段分割点 (即航路点) 的坐标. 该算法的计算比较简单, 并且可以根据计算精度需要调整各分割点之间的间隔.

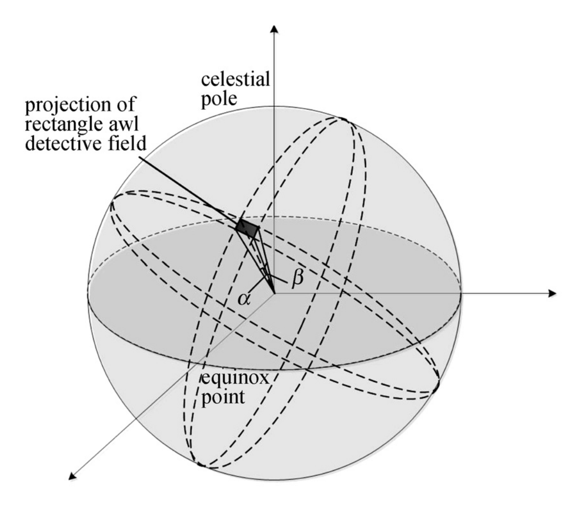


图 2　矩形锥视场探测覆盖范围

Fig. 2　Projection to the celestial surface of rectangle awl detection field

但是航线设计的主要目的是确定航向角, 因而每个分割点均须计算航向角, 增加了计算量, 并且由于其近似认为在每个分割弧段内的航向角为恒定值, 造成了累积误差, 不能够适应天球面探测覆盖计算的需要. 对于球面小圆的求解, 通常采用在三维直角坐标系下求解出球面小圆各点的坐标值, 再将其转换为经纬度坐标的方法.

针对上述算法的不足, 本文提出一种基于坐标系转换的天球面探测覆盖快速算法, 在天球坐标系下取任意一点 N' (其在天球坐标系下的坐标为赤纬 λ_0, 赤经 φ_0) 作为新的天极点, 以通过 N' 的天球面大圆弧为 0° 赤经, 建立新的球面坐标系, 新建立的球面坐标系与天球坐标系的几何关系如图 4 所示.

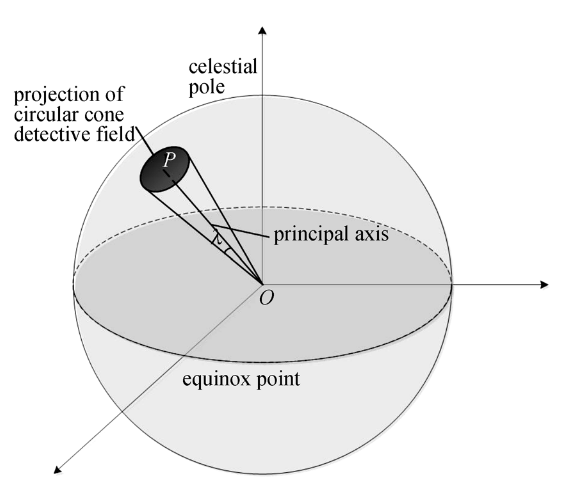


图 3　圆锥视场探测覆盖范围

Fig. 3　Projection to the celestial surface of circular cone detection field

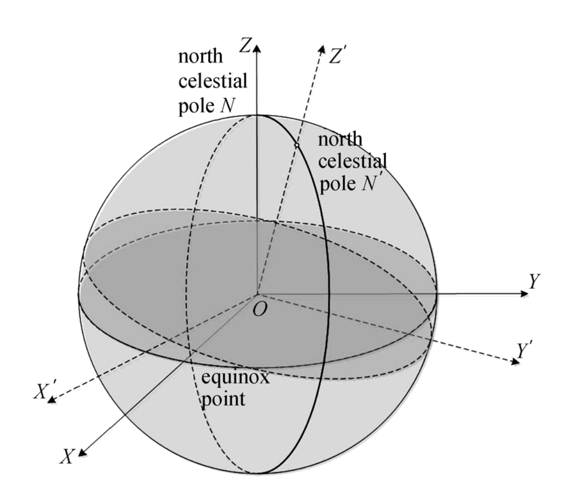


图 4　新建球面坐标系与原天球坐标系的几何关系

Fig. 4　Relationship between the two celestial coordinates

新建立的球面坐标系与天球坐标系类似, 也是球面坐标系, 不同的是新建球面坐标系的 Z 轴指向是 N' 点方向, (λ_0, φ_0) 是 N' 点的天球坐标, 与其垂直的大圆面为球面坐标系的赤道, X' 轴和 Y' 轴在其赤道平面内, N' 点和北天极点 N 确定的子午线为零度子午线. 天球面的一点由纬度 λ' (该点与球心 O 点连线与赤道的夹角) 和经度 φ' (过该点的子午面与过北天极点的子午面之间的夹角) 来标识.

对于天球面上任意一点, 其在新建立的球面坐标系下的坐标 (λ', φ') 与天球坐标系下的坐标 (λ, φ) 之间的转换关系为 [7]:

$$\begin{cases} \cos\lambda' = -\cos\lambda\cos\lambda_0 - \\ \qquad \sin\lambda\sin\lambda_0\cos(\varphi-\varphi_0), \\ \sin\varphi' = \sin\lambda\sin(\varphi-\varphi_0)\csc\lambda', \\ \cos\lambda = \cos\lambda\cos\lambda_0 - \sin\lambda'\sin\lambda_0\cos\varphi', \\ \sin(\varphi-\varphi_0) = \sin\lambda'\sin\varphi'\csc\lambda. \end{cases} \quad (1)$$

根据探测视场边界的几何特点, 建立新的天球面坐标系, 在新的坐标系下进行求解, 可以大幅度减少计算量.

1.3　算法实现

对于矩形锥探测视场, 选取矩形视场一条边的一个顶点为新球面坐标系下的北极点, 定义矩形视场该条边所在的半圆弧为新球面坐标系下的 0° 赤经, 则矩形锥视场该条边在新球面坐标系下经度为 0°, 纬度范围在 $(90° - \alpha)$ 或 $(90° - \beta)$ 至 90° 之间, 然后依据式 (1) 可将矩形视场该条边上各点在天球面坐标系下的赤经赤纬坐标快速求出, 如图 5 所示.

对于圆锥探测视场, 选取视场中心点为新球面坐标系下的北极点, 则圆锥视场边界线在新球面坐标系下的经度在 0° 至 360° 之间, 纬度为 $(90° - \lambda)$, 然后同样依据式 (1) 可将圆锥视场边界上各点在天球面坐标系下的赤经赤纬坐标快速求出, 如图 6 所示. 在算法的实现中, 式 (1) 中的正弦函数在第一、二象限均为正, 有时会出现两解. 可以使用球面四联公式代替正弦公式进行求解运算, 消除解的不确定性并提高计算精度 [8].

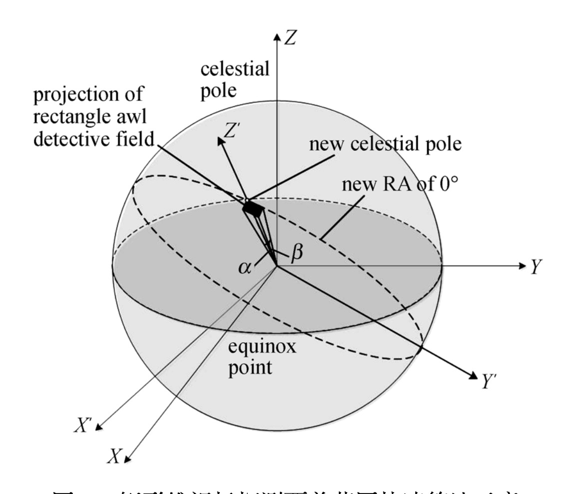


图 5　矩形锥视场探测覆盖范围快速算法示意

Fig. 5　Sketch of the calculation of the rectangle awl detection field

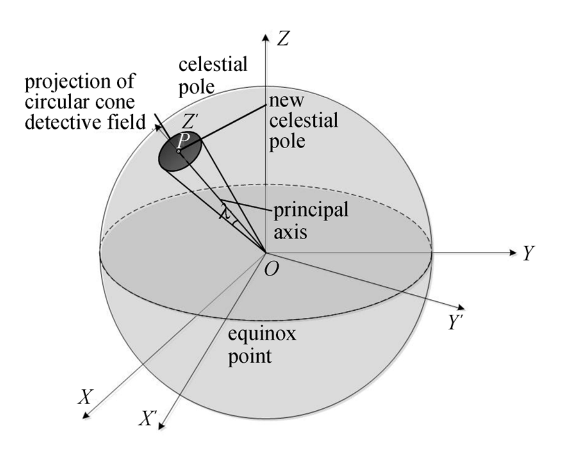


图 6　圆锥视场探测覆盖范围快速算法示意

Fig. 6　Sketch of the calculation of the circular cone detection field

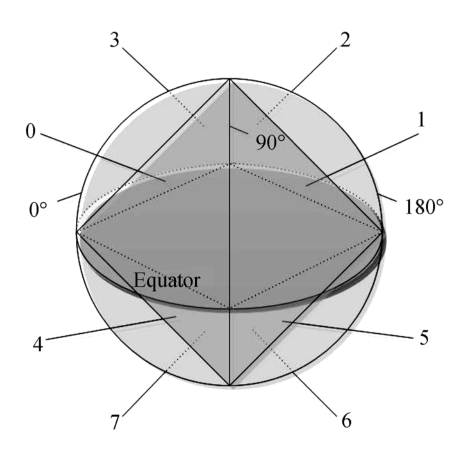


图 7　正八面体的构造与编码

Fig. 7　Establish and code of the regular octahedron

2 基于 QTM 编码的天球面探测覆盖栅格化表达

球面网格系统是一种等积投影系统, 其精度可随网格精细程度增加而增加, 适合于探测覆盖情况的分析和探测任务规划. 在众多球面网格化算法中, Dutton[9−11] 提出的基于正八面体的球面四元三角网 (Quaternary Triangular Mesh, QTM), 因其层次性结构, 成为目前研究全球多尺度海量数据结构的有效管理方法之一 [12].

2.1 QTM 构造与编码

QTM 基于正八面体进行构造, 正八面体的上下两顶点与南北天极点重合, 其棱分别与 0°, 90°, 180°, 270° 赤经, 0° 赤纬的投影重合 [13]. 如图 7 所示, 其对应的编码为 0~7.

随后, 逐层对三角面进行编码, 每一次细分中, 一个三角面被分成 4 个新的三角面, 中间三角形为 0, 左面三角形为 2, 右面三角形为 3, 上面或下面的三角形为 1, 如图 8 所示.

一个 k 层的 QTM 编码由 $a_0a_1a_2a_3\cdots a_k$ 表示, 其中 a_0 为一个八分码, 表示最初的正八面体的某一个面, $a_1a_2a_3\cdots a_k$ 为 k 个四分码, 表示第 k 层的三角面片编码, $k=6$ 时的 QTM 网络划分结果如图 9 所示.

2.2 赤经赤纬到 QTM 编码的转换算法

本文基于赵学胜等提出的行列逼近法 (Cavalcade Approach Method)[12] 进行赤经赤纬到 QTM 码的快速转换. 这是一种球面小圆的剖分方法. 其基本方法为, 先根据剖分层次求出 QTM 的最大行列数, 再根据所求点的经纬度计算对应的三角格网所在行列数, 然后逐层递推求出对应的 QTM 编码.

3 实验结果分析

基于所提出的坐标系转换与 QTM 编码方法, 本文开发了一套天球面探测覆盖栅格化分析软件, 对分析结果的正确性进行验证, 如图 10 所示, 并对该方法的精度和效率进行了分析.

3.1 计算效率分析

计算中所使用的实验平台为台式计算机. CPU 型号为 Intel® Core™ 2 Duo E8400, 主频 3.0 GHz; 内存 4 G RAM; 操作系统为 Windows XP.

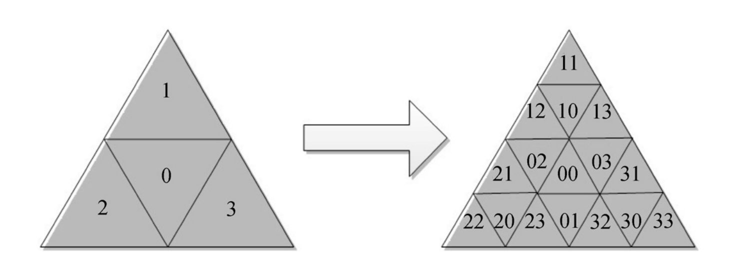


图 8 细分过程及其编码

Fig. 8 Subdivisions and its code

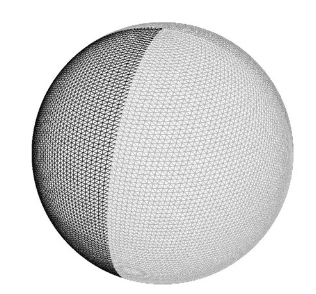


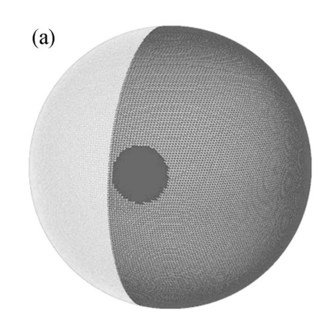
图 9 一个 6 层的 QTM 网格

Fig. 9 A 6-layer QTM mesh

表 1 计算 1000 个时相片段的矩形锥视场的效率对比

Table 1 Comparison in efficiency of rectangle awl detection field

分辨率 /(″)	大圆航迹法耗时/ms	姿态矩阵转换法耗时/ms	球面坐标系转换法耗时/ms
36	2146	1166	827
18	4289	2334	1629
7.2	10 750	5792	4098
3.6	21 550	11 588	8208



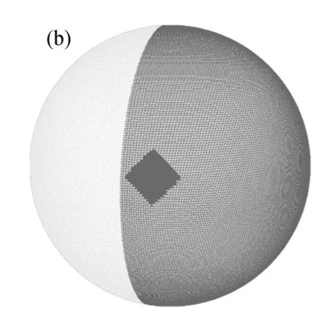


图 10　8 层编码下天球面覆盖计算结果示例. (a) 圆锥视场 (b) 矩形视场

Fig. 10　Coverage in an 8-layer-QTM mesh based on the calculation: (a) circular cone detection field, (b) rectangle awl detection field

表 2　计算 1000 个时相片段的圆锥视场的效率对比

Table 2　Comparison in efficiency of circular cone detection field

分辨率/(″)	姿态矩阵转换法耗时/ms	球面坐标系转换法耗时/ms
36	1371	845
18	2773	1678
7.2	6840	4163
3.6	13 610	9310

对于矩形锥视场的计算效率, 这里采用球面坐标系转换算法与大圆航线解析法进行效率对比. 计算 1000 个时相片段, 结果列于表 1 (分辨率基于张角为 10° 的情况). 可以看出, 在计算 1000 个时相片段时, 大圆航迹法每次都要计算航向, 效率最低. 基于坐标系转换法时, 须先计算出视场在卫星本体坐标系下的覆盖情况, 利用覆盖随卫星共同运动的特点, 通过姿态矩阵计算天球面坐标系下的覆盖情况, 效率大幅提升. 二是利用球面坐标系, 相比较于姿态矩阵, 是二维坐标到二维坐标的转换, 其效率也有一定提升.

对于圆锥视场, 通常都是使用姿态矩阵转换法这一相对通用的计算方法. 但是姿态矩阵法没有考虑视场本身所具有的一些特殊性质. 对于圆锥视场, 其在新建球面坐标系下为一赤纬圈, 具有完全对称的特性, 在计算时, 利用对称性, 仅需计算 0° ~180° 的范围即可. 效率对比结果列于表 2 (分辨率基于圆锥张角 10° 的情况).

3.2　QTM 编码精度

QTM 中某一级编码对应的三角格网边长可代表此级别的分辨率 [13]. 在天球面覆盖分析中, 可用三角格网边长对应的球心角表示当前编码级别的分辨率. 本文基于快速转换算法, 利用经纬度平分法进行球面三角形的细分, 其三角形在大小和形状上不可避免地有一些形变. 以 0° 赤纬所在边作为分辨率标准, 对于 k 层的 QTM 编码, 其在 0° 赤纬上有 2^k 条边, 则对应的球心角为 $90°\cdot 2^{-k}$, 即对于 k 层的 QTM, 其分辨率为 $90°\cdot 2^{-k}$.

在行列逼近法的算法中, 因其只计算了奇数列, 故存在额外的半个格网的误差 [12], 综合分辨率约为 $1.5\times 90°\cdot 2^{-k}$. 当 QTM 的编码层数 k 取 19 时, 其综合分辨率可达到角秒量级.

表 3　整体计算效率

Table 3　Efficiency in all

重复计算次数	矩形锥耗时/s	圆锥耗时/s
1000	1.071	0.867
5000	5.364	4.372
10 000	10.811	8.686

3.3　栅格化覆盖分析的综合精度与效率

在实际工程应用中, QTM 的编码层数选取以满足覆盖分析的实际精度需要为准, 例如当卫星视场张角达到 30° 时, 取 QTM 的编码层数 $k=12$, 对应的栅格化覆盖分析精度为 0.03°, 能够满足日常任务分析和规划的需求, 其整体效率列于表 3.

4　结语

实验验证结果表明, 本文所提出的天球面探测覆盖栅格化分析方法相比于非栅格化的覆盖分析方法, 具有计算效率高, 精度可控, 计算结果易于存储和表

达, 交并运算算法易于实现等技术优势. 在实际工程应用中, 将分布在天球面上的探测目标 (区域目标或点目标) 按照 QTM 进行编码, 表达为一个或一组编码值 (一个球面三角形或者一系列球面三角形拼接得到的区域), 就可以直接通过编码检索的方法从探测覆盖分析结果中快速查找该目标的探测机会, 从而很好地满足任务规划算法的输入需求.

该方法在实际应用中还可根据工程约束条件, 在分析结果的存储管理效率等方面进行进一步优化.

参考文献

[1] Liu Wei, Lin Baojun. An intelligentized controlling method for scanning the celestial sphere [J]. *J. Astron.*, 2006, **27**(6):1365-1368. In Chinese (刘薇, 林宝军. 卫星巡天扫描运控模式方法的研究 [J]. 宇航学报, 2006, **27**(6):1365-1368)

[2] Qiao Shubo, Li Jinling, Sun Fuping, *et al.* Newly realization of celestial reference frame by stable sources selection [J]. *Acta Geodaet. Cartogr. Sin.*, 2010, **39**(2):120-128. In Chinese (乔书波, 李金岭, 孙付平, 等. 天球参考架的稳定源选取及其最新实现 [J]. 测绘学报, 2010, **39**(2):120-128)

[3] Hapgood M A. Space physics coordinate transformations: A user guide [J]. *Planet Space Sci.*, 1992, **40**(5):711-717

[4] Xu Mao, Kang Jianyong. Basic of Aeronautics Technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 9-11. In Chinese (徐矛, 康健勇. 航天科技基础 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008:9-11)

[5] Yang Zhen, Niu Wenlong, Gao Chen. Research on the payload coverage analysis of space science exploration [C]//64th International Astronautical Congress. Beijing: Chinese Society of Astronautics, 2013

[6] Hong Deben. Planning ocean route in the way of analytical method [J]. *J. Dalian Maritime Univ.*, 1997, **23**(4):22-24. In Chinese (洪德本. 解析法大圆航线的设计 [J]. 大连海事大学学报, 1997, **23**(4):22-24)

[7] Tu Chuanyi. Physics in Solar-Earth Space (Interplanetary and Magnetosphere): Vol. 2. Beijing: Science Press, 1988: 102-106. In Chinese (涂传诒. 日地空间物理学 (行星际与磁层): 下册. 北京: 科学出版社, 1988:102-126)

[8] Liu Yingxian. Analytical method for determining the initial course of great circle track [J]. *J. Dalian Maritime Univ.*, 1997, **23**(4):25-28. In Chinese (刘英贤. 公式法求大圆始航向的探讨 [J]. 大连海事大学学报, 1997, **23**(4):25-28)

[9] Dutton G. Encoding and handling geosptial data with hierarchical triangular meshes [C]//Proceeding of 7th International Symposium on Spatial Data Handling. Delft, Netherlands, 1996

[10] Dutton G. Digital Map Generalization Using a Hierarchical Coordinate System [C]//Proceedings of Auto Carto. Seattle: ACSM/ASPRS: 367-376

[11] Dutton G. Scale, Sinuosity and point selection in digital line generalization [J]. *Cartogr. Geogr. Inf.*, 1999, **26**(1):33-53

[12] Zhao Xuesheng, Chen Jun. Fast translating algorithm between qtm code and longitude/latitude coordination [J]. *Acta Geod. Cartogr. Sin.*, 2008, **32**(3):272-277. In Chinese (赵学胜, 陈军. QTM 地址码与经纬度坐标的快速转换算法 [J]. 测绘学报, 2008, **32**(3):272-277)

[13] Song Shuhua, Cheng Chengqi, Guan Li, Wan Yuanwei, Yang Li. Analysis on global geodata partitioning models [J]. *Geogr. Geo-Inf. Sci.*, 2008, **24**(4):11-15. In Chinese (宋树华, 程承旗, 关丽. 全球空间数据剖分模型分析 [J]. 地理与地理信息科学, 2008, **24**(4):11-15)